Problema dell'approssimazione di numeri piccoli: il formato IEEE 754 denormalizzato.

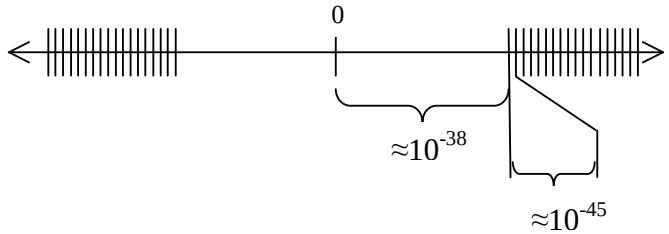
Il più piccolo numero positivo rappresentabile in formato IEEE 754 standard a precisione singola è (*si ricordi che l'esponente uguale a **0** è usato per indicare valori speciali come lo **zero***):

$<0,00000001,00000000000000000000000> = 1,0_2 \cdot 2^{-126} \approx 1,17 * 10^{-38}$

Il più piccolo numero positivo successivo:

$$\begin{aligned} <0,00000001,00000000000000000000001> &= 1,00000000000000000000001_2 \cdot (2_{10})^{-126} \\ &= 2^{-126} + 2^{-149} \\ &\approx 1,17 \cdot 10^{-38} + 1,40 \cdot 10^{-45} \end{aligned}$$

Ciò significa che usando il formato IEEE 754 standard, in prossimità dello zero avremo un cambiamento nella linearità della quantizzazione: da **0** al più piccolo successivo ci sarà un salto dell'ordine di 10^{-38} mentre per passi successivi i salti saranno dell'ordine di 10^{-45}.



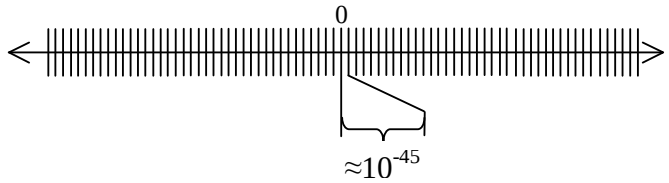
Il più piccolo numero positivo rappresentabile in formato IEEE 754 denormalizzato a precisione singola è (si ricordi il formato dei numeri denormalizzati: $0.f \times 2^{-126}$):

$$\begin{aligned} <0,00000000,00000000000000000000001> &= 0,00000000000000000000001_2 \cdot 2^{-126} \\ &= 2^{-149} \approx 1,40 * 10^{-45} \end{aligned}$$

Il più piccolo numero positivo successivo:

$$\begin{aligned} <0,00000000,00000000000000000000010> &= 0,00000000000000000000010_2 \cdot 2^{-126} \\ &= 2 * 2^{-149} \\ &\approx 2,80 \cdot 10^{-45} \end{aligned}$$

Usando il formato IEEE 754 denormalizzato, in prossimità dello zero la quantizzazione risulta lineare: da **0** al più piccolo successivo ci sarà un salto dell'ordine di 10^{-45} così come per passi successivi. In aggiunta il salto tra 0 ed il primo positivo successivo risulta minore, e quindi migliore in termini di precisione ottenibile nei calcoli, rispetto al formato IEEE 754 standard.



Lo svantaggio maggiore del formato denormalizzato rispetto al formato standard è che richiede per l'esecuzione dei calcoli aritmetici di algoritmi più complicati.

Per saperne di più: ***http://stevehollasch.com/cgindex/coding/ieeefloat.html***

Massimo Marchi – marchi@dsi.unimi.it